

## MODULE 0 : Situation train/tour

Module	Module 0 : construction et comparaison de trains (tours)	
Séances	1 séance	3 séances
Enjeux	<p>La situation du train (ou des tours) a pour objectif d'enrichir les connaissances des élèves sur les premiers nombres et de les préparer à l'addition. Au cours de ce module, les élèves doivent passer d'une correspondance terme à terme (correspondance des wagons du train avec les cubes) au nombre comme moyen de codage d'une quantité.</p> <p>Elle introduit la situation des annonces et lui fournit un moyen de validation, qui pourra être éventuellement « effectif » durant toute la progression (construction d'un train/tour et comptage effectif des wagons/étages).</p>	
Descriptif du module	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construire par équipe un train avec des cubes en fonction d'un message sur lequel est dessiné un train avec des wagons (nombre de wagons <math>\leq 30</math>) de quatre couleurs différentes (le nombre de wagons par groupement de couleur est inférieur ou égal à 6). Dans un premier temps, chaque élève est responsable d'une couleur et doit commander le nombre de cubes (en plusieurs fois si nécessaire) utile pour la construction du train. Dans un second temps, les élèves sont confrontés à la même situation mais un seul déplacement est possible par élève. Chaque élève doit trouver une technique efficace de mémorisation du message</li> <li>- Produire un message écrit décrivant un train avec des sous-ensembles de wagons de quatre couleurs différentes. L'élève émetteur rédige son message à l'aide de crayons de quatre couleurs puis dans un second temps toujours avec des crayons de quatre couleurs mais sans utiliser le dessin. L'élève récepteur construit effectivement le train en fonction du message.</li> <li>- Produire un message à partir du codage trouvé précédemment. Le récepteur construit effectivement le train à l'aide de cubes.</li> <li>- Comparer deux trains construits à partir de messages. Quel est le plus grand train, le plus petit, de combien est-il plus petit, plus grand ?</li> </ul>	
Journal du nombre	<p><i>Une séance sera dédiée à l'introduction du journal du nombre, une sorte de « cahier d'expériences » en mathématiques.</i></p>	
Références aux programmes officiels	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer deux collections jusqu'à 30.</li> <li>- Dénombrer des collections jusqu'à 6.</li> <li>- Correspondance terme à terme : « autant que, plus que, moins que... ».</li> <li>- Première approche des décompositions additives.</li> </ul>	

## Introduction

La situation trains/tours englobe l'ensemble du premier module de l'année scolaire. Elle fait la liaison entre la grande section et le CP en mobilisant les connaissances construites à l'école maternelle (dénombrement de petites collections, désignation orale des nombres, nombre comme mémoire d'une quantité, repérage de position, décomposition en sous collections et connaissance de la comptine numérique jusqu'à 30).

Ce module introduit la situation des annonces dont l'objectif est la construction du nombre, notamment à travers l'usage des compositions et décompositions, situation des annonces qui sera déclinée tout au long du premier trimestre par un aménagement progressif des règles du jeu.

La situation des trains/tours a pour objectif d'enrichir les connaissances des élèves sur les premiers nombres et de les préparer à l'écriture additive.

Nous nommons cette situation train/tour car le professeur pourra, s'il le désire, demander aux élèves de construire non pas des trains (horizontalement) mais des tours (verticalement). De même, dans le domaine « résolution de problèmes, les élèves seront confrontés à des situations nécessitant la construction de tours et de trains.

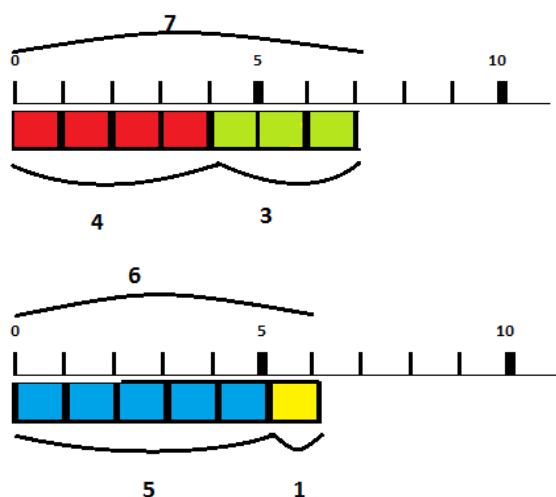
Mais au-delà de cet objectif, la situation des trains/tours joue un rôle très important dans le module « Situations » de ACE.

D'une part parce qu'elle va fournir, tout au long de l'année, un moyen de validation par la construction de trains/tours (à l'aide de cubes emboîtés). Ainsi, confrontés par exemple à la comparaison de  $(4 + 3)$  et  $(5 + 1)$ , les élèves pourront toujours composer les trains/tours correspondant, et ainsi constater matériellement quelle écriture désigne le nombre (le train/tour) le plus grand ou le plus petit.

 Composition du train  $4+3$

 Composition du train  $5+1$

D'autre part, la situation des trains/tours est aussi celle de l'introduction de « ponts » pour désigner un nombre ou une addition de nombres, « ponts » qui seront ensuite utilisés pour désigner d'une façon similaire des nombres sur le schéma-train.



## Les règles du jeu

Les élèves construisent un train identique au modèle (à la représentation schématique du train) avec des cubes de couleurs différentes.

# 1. ENJEUX DU MODULE

## 1.1. Présentation du module

Les trois premières séances de ce module ont pour vocation à faire rechercher aux élèves une stratégie pour reconstituer un train/tour à partir d'un schéma représentant le cardinal d'une collection sous forme additive.

Ce module doit rendre les élèves capables de passer d'une correspondance terme à terme (correspondance entre la représentation schématique des wagons du train et les cubes) au nombre comme moyen de codage d'une quantité.

L'enjeu majeur de cette situation est de faire prendre conscience aux élèves qu'une quantité peut être représentée par un nombre, quantité pouvant être décomposée en sous collections, par exemple deux cubes rouges et un cube rouge et encore deux cubes rouges est la même chose que cinq cubes rouges.

La quatrième séance, quant à elle, occupe une place particulière dans ce module. Elle introduit *le journal du nombre* dans lequel les élèves produiront tout au long de l'année des écritures mathématiques<sup>1</sup>. Ce journal a pour vocation de faire avancer la recherche en mathématique de la classe.

<sup>1</sup> Les enjeux et l'usage du journal du nombre seront explicités ultérieurement.

## 1.2. Rôle du professeur

### ***Organisateur du jeu***

Pour inciter les élèves à produire des stratégies de dénombrement lors de la première séance, le professeur jouera le rôle de « banquier ». Il donnera à chaque élève le nombre exact de cubes qu'il désire. Cette organisation du jeu évite aux élèves de prendre au hasard un nombre de cubes.

Cependant, le professeur ayant besoin aussi d'être auprès des groupes pour les observer par exemple peut déclarer la banque fermée ou se faire remplacer par un élève.

### ***Respect de la procédure du jeu***

Dans les deux premières séances, le professeur apportera une attention particulière à ce que chaque élève respecte les contraintes du jeu (ne s'occuper que de la couleur que l'on a choisie, respecter les contraintes de déplacement).

### ***Rôle didactique du professeur***

Le professeur veillera à ce que dans chaque équipe, les élèves communiquent entre eux notamment lors de la construction effective du train. Pour cela, la composition des équipes et des binômes doit être pensée en amont.

Dans les séances deux et trois, dès que les élèves ont compris la nécessité d'un codage pour transmettre un message lisible et compréhensible aux autres élèves, le professeur leur propose le codage le plus adéquat (par exemple, usage des nombres pour ne coder que la quantité (par exemple pour coder trois wagons verts, le codage peut être le nombre 3 écrit de couleur verte)).

## 2. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA PREMIERE SEANCE DU JEU

Ce module se décompose en quatre séances dont trois dédiées spécifiquement à la situation des trains.

### ***Phase 1 : Présentation collective du jeu***

Le professeur affiche au tableau une feuille de jeu représentant un train composé de quatre couleurs différentes. Il demande aux élèves d'explicitier ce qu'ils voient (par exemple : des wagons de couleur rouge, verte, jaune et bleue, des ensembles de wagons de même couleur, etc.). Le nombre total de wagons peut être dénombré collectivement.

Puis, le professeur présente les règles du jeu aux élèves à l'ensemble de la classe.

## Il peut s'exprimer en substance de cette façon

« J'ai affiché au tableau une feuille sur laquelle est représenté un train composé de wagons de quatre couleurs différentes. Vous allez devoir construire le même train avec des cubes. Vous allez jouer par équipe de 4. Chaque élève de l'équipe est responsable d'une couleur et d'une seule (rouge, vert, bleu ou jaune). Je vais désigner les responsables de chaque couleur. Vous allez regarder le nombre de cubes de votre couleur dont vous avez besoin. Puis, vous viendrez me voir pour me demander le nombre de cubes que vous voulez.

Vous avez le droit de faire autant d'aller-retour que vous avez envie.

Lorsque tous les élèves de l'équipe auront rapporté leurs cubes, vous construirez le train en respectant l'ordre des couleurs ».



Ci-dessus un exemple de train

### Commentaire :

La représentation du train sur la feuille peut se faire à différentes échelles. Les wagons peuvent être représentés à la même échelle que les cubes mais aussi à une échelle différente pour que les élèves dissocient la représentation schématique du réel (les cubes).

Lors des mises en œuvre de cette séance, les élèves ne semblent pas éprouver de difficultés à parler de trains identiques même si les échelles sont différentes.

### Phase 2

Les élèves sont regroupés en équipe hétérogène de quatre joueurs. Le professeur affiche une feuille au tableau représentant un train constitué de wagons ( $\leq 30$ ) de quatre couleurs différentes (le nombre de wagons par groupement de couleur est inférieur ou égal à 6). Par exemple, 3R, 6J, 4V, 1B, 6R, 2V, 5J, 3B.

Dans un premier temps, le professeur attribue une couleur par élève. Chaque élève cherche le nombre de cubes dont il a besoin, puis demande au professeur la quantité choisie.

Les élèves peuvent effectuer autant de déplacement qu'ils ont besoin.

Dans un second temps, les élèves construisent collectivement le train en attribuant un rang à chaque cube.

La validation s'effectue par construction effective du train et mise en correspondance avec le dessin proposé.



Ce photogramme montre un élève se retournant pour regarder et mémoriser l'agencement des wagons.

### Commentaires

La représentation sous forme de petits carrés alignés permet rapidement de passer d'une représentation de train (horizontal) à une représentation d'une tour (vertical).

### **Phase 3 : Mise en commun**

Le professeur demande aux élèves d'expliquer les techniques qu'ils ont utilisées pour aller chercher le nombre de cubes nécessaire à la construction du train. Ces techniques peuvent être de plusieurs sortes : comptage des sous-collections un à un, comptage de l'ensemble de la collection un à un, surcomptage, calcul de la somme.

Le professeur pourra sélectionner des constructions qui lui semblent intéressantes. Il pourra alors mettre en correspondance le train construit et le schéma train affiché au tableau pour vérifier, valider les productions. Pour cela, il tracera en dessous du train affiché au tableau des ponts correspondant aux wagons de même couleur.

Par exemple, les élèves ont proposé une première décomposition du schéma train en deux cubes rouges puis en trois cubes verts. Le professeur pourra valider cette construction en traçant en-dessous du schéma train les sous-collections correspondantes.

Le professeur sera attentif à expliciter oralement ce à quoi correspond chaque pont :

« *Je trace un pont en dessous deux wagons rouges qui correspondent aux deux cubes rouges du train construit... »*



Cette désignation de chaque sous-collection par des ponts a pour objectif d'amener progressivement les élèves à s'approprier un nouveau système de représentation (le schéma-train) présente dans l'ensemble de la progression.

Le professeur dessine sous chaque ensemble de couleur le pont qui désigne le nombre de cubes tout en disant oralement le nombre auquel ce pont correspond. Lors de la deuxième

séance, le nombre de cubes que désigne ce pont sera indiqué, si possible sur proposition des élèves :



Comportements observés relatifs aux connaissances	Commentaires
<p>Notion d'ordre :</p> <p>Un sens de lecture du modèle se crée spontanément dans les groupes lors de la construction effective du train/tour.</p> <p>Les prépositions « avant » « après » sont fréquemment employées par les élèves pour situer les cubes les uns par rapport aux autres.</p> <p>Certains élèves utilisent le premier, deuxième...</p>	<p>La coopération entre les élèves d'une même équipe semble nécessaire pour que certains élèves appréhendent et respectent la place de chaque cube dans l'ensemble de la construction.</p>
<p>Recherche de la quantité de cubes nécessaire à la construction du train.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Notion de « plus que », « moins que ».</li> <li>- Recherche du nombre de cubes manquant.</li> </ul>	<p>Lorsque certains élèves rapportent trop de cubes pour la construction du train, les autres élèves de l'équipe peuvent intervenir pour leur faire remarquer par exemple que le train a un cube de moins ou de plus.</p> <p>Lorsqu'un élève, par contre, a rapporté un nombre de cubes insuffisant, il doit rechercher le nombre de cube manquant.</p> <p>Les élèves doivent donc prendre le temps de l'observation du schéma du train.</p>
<p>Mise à distance de la feuille représentant le schéma du train.</p>	<p>Le fait de ne pas poser le modèle du train/tour sur la table autour de laquelle les élèves sont réunis, les oblige à une première distanciation et une première verbalisation (par exemple, il y a deux rouges, puis deux verts...).</p> <p>Cette organisation permet aussi d'éviter aux élèves user de la comparaison terme à terme</p>

	<p>entre le schéma du train et les cubes (en positionnant ces derniers directement sur la représentation du train).</p> <p>Certains élèves seront tentés de transporter le train construit jusqu'au modèle affiché au tableau. Le risque que le train tombe est alors élevé. Cet incident pourrait permettre aux élèves de prendre conscience de l'efficacité et l'économie de l'usage du code par rapport au matériel.</p>
<p>Stratégies mises en œuvre par les élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mise en correspondance des cubes avec les doigts</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comptage un à un</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparaison entre le train effectivement construit et sa représentation</li> </ul>	<p>Cette stratégie est contraignante dans la mesure où l'élève doit garder cette configuration de doigts tout en se déplaçant jusqu'au professeur pour lui demander le nombre de cubes nécessaires.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les élèves doivent garder en mémoire le nombre correspondant à la quantité totale de cubes de la couleur choisie.</li> <li>- les élèves énumèrent oralement les wagons un à un. Les autres élèves de l'équipe vérifient alors la correspondance avec les cubes composant le train</li> </ul>





### 3. SEANCES SUIVANTES DU MODULE 0

#### 3.1. Séance 2 : désignation écrite des nombres

L'objectif des deux séances suivantes est de mettre en place un code commun à l'ensemble de la classe, code dans lequel le nombre représente une quantité, la mémoire de la quantité.

##### **Phase 1 : présentation collective des règles du jeu.**

« Vous êtes par deux. Il y a dans chaque équipe un émetteur et un récepteur. Je distribue à l'élève émetteur une feuille sur laquelle, comme dans les séances précédentes, est dessiné un train composé de wagons de quatre couleurs différentes. Les élèves récepteurs ne doivent pas voir ce train. A mon signal, ils iront s'asseoir dans un coin de la classe (le professeur peut bien entendu leur proposer une autre activité)

Je vais distribuer une feuille à chaque élève émetteur sur laquelle il devra **écrire** un message avec des crayons de quatre couleurs différentes pour que l'élève récepteur puisse construire le même train que sur le modèle avec des cubes »

##### **Phase 2 : travail en binôme**

Le professeur constitue les binômes et désigne les élèves récepteurs et émetteurs. Puis, il demande aux élèves récepteurs d'aller s'asseoir dans un coin de la classe. Il fournit aux élèves émetteurs une feuille sur laquelle est représenté un train (sur le même modèle que la séance précédente).

Les élèves émetteurs vont s'asseoir à une table et rédigent leur message sur une feuille distribuée par le professeur avec des crayons de quatre couleurs différentes.

Ils transmettent alors leur message aux élèves récepteurs qui devront construire un train identique à l'aide de cubes mis à leur disposition.

La validation s'effectue par construction effective du train et mise en correspondance avec le message.



Comparaison avec le message

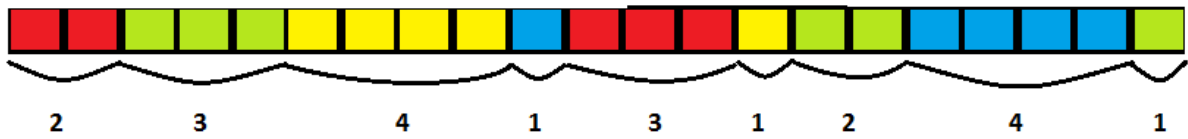


Comparaison avec le modèle initial

Important : selon les habitudes de classe (prises ou à prendre) il peut être judicieux de faire travailler les élèves non pas individuellement mais par binôme, un binôme (plutôt qu'un élève seul) codant un message pour un deuxième binôme qui décode, puis décodant le message d'un troisième binôme. Les interactions entre élèves au sein d'un même binôme, puis entre binômes, peuvent amener un travail plus fructueux.

### ***Phase 3 : Mise en commun***

Le professeur sélectionnera des messages qui lui semblent intéressants. Les élèves expliciteront alors leur choix de codage. Le professeur, comme dans la première séance, désignera par des ponts les sous-collections de cubes de même couleur pour vérifier la correspondance entre le message, le schéma train initial et le train construit par l'élève récepteur. A la différence de la première séance, toutefois, après discussion avec les élèves, le professeur pourra écrire en dessous de chaque pont, le nombre désignant la quantité représentée.



Ce message peut être de différentes natures : reproduction du train avec des couleurs, représentation schématique du train, nombre...

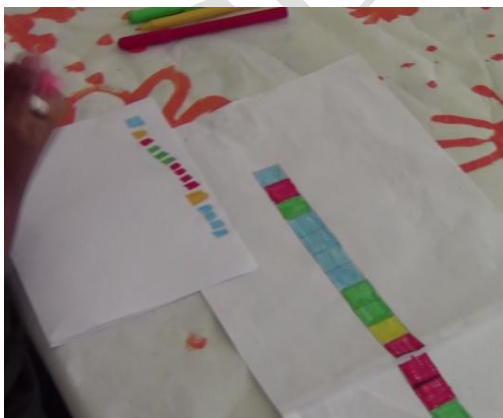
Cette mise en commun permettra de faire un inventaire critique des moyens de représentations des messages.

### Comportements observés des élèves :

En majorité, les élèves dessinent les cubes un à un en se référant au modèle. Mais, la délimitation entre chaque cube d'une même couleur peut ne pas être claire. Le dénombrement des cubes, devenu alors difficile, engendre la construction d'un train différent du modèle initial.



Ce photogramme montre un élève dessinant à l'identique le modèle proposé.



Certains élèves ne respectent pas l'ordre ni le nombre de cubes.

### 3.2. Séance 3

L'organisation de cette troisième séance est identique à la séance précédente. L'élève émetteur dispose de crayons de quatre couleurs **mais il n'est plus autorisé à dessiner**. La

symbolisation est ainsi privilégiée au détriment des représentations dessinées. Le message transmis doit expliciter la place de chaque groupement de wagons de même couleur.

Le professeur pour la rédaction du message distribuera des feuilles de dimension restreinte pour favoriser une écriture condensée. La validation s'effectue par construction effective du train et mise en correspondance avec le message.

Une mise en commun permettra de classer les messages selon l'efficacité de leur transmission.

Le professeur dans la dernière phase de mise en commun montre explicitement aux élèves vers quoi peut tendre le codage du message : par exemple, 2 (écrit en rouge pour désigner la sous collection de cubes rouges), 3 (écrit en bleu pour désigner la sous collection de cubes bleus) La vérification se fera de manière identique aux deux séances précédentes avec une mise en correspondance entre le message, le train effectif et le schéma train sur lequel les différentes sous-collections de wagons seront désignées par un pont tracé au-dessous et le nombre désignant chaque sous collection.

Ce codage sera affiché au tableau pour que l'ensemble des élèves puissent s'y référer.

### **3.3. Séance 4, le Journal du Nombre**

#### ***Phase 1 : Présentation collective du journal***

Le professeur peut s'exprimer en substance de cette façon «*Je vous distribue aujourd'hui un nouveau cahier que l'on appellera le Journal du Nombre. Il va nous permettre de faire des mathématiques et de partager avec toute la classe nos connaissances, nos réflexions et nos recherches sur les nombres. Ce journal va nous permettre d'écrire des mathématiques pour mieux comprendre le nombre* ».

#### ***Phase 2 : Travail individuel***

Le professeur propose aux élèves de dessiner sur leur journal du nombre un train (comme dans les séances précédentes) et de le représenter en utilisant le « code numérique » construit dans la séance précédente (code affiché au tableau).

Ce jeu peut dans un second temps être inversé, les élèves à partir d'un codage qu'ils auront créé, dessineront un train.

Le professeur dans un second temps pourra présenter à l'ensemble de la classe des productions d'élèves issues de ce journal qui lui semblent intéressantes. Il est important, dans

ce cadre, d'insister sur le fait que les élèves « se donnent à eux-mêmes » des trains qu'ils codent ensuite, ou des codages qu'ils « transforment » en train.

A partir de cette séance, les élèves pourront ainsi, s'ils le souhaitent, librement dessiner des trains dans leur journal du nombre, avec le codage adéquat, ou se proposer d'abord un codage, représenté ensuite par le train adéquat.

ACE-ArithmEcole