

## MODULE 7: La différence

<b>Module</b>	<b>Module 7. La différence</b>
<b>Séances</b>	<b>4 séances</b> , dont certaines peuvent être dédoublées. Les séances « Journal du Nombre » non comprises, les séances « Anticipation » étant intégrées aux séances du module proprement dites
<b>Exprimer des différences</b>	Ce module introduit la différence comme un moyen d'exprimer une comparaison entre deux collections. Confrontés par exemple à deux annonces à deux termes (par exemple, $5+2$ et $4+4$ ), les élèves « comparent » les deux écritures additives en énonçant leur différence et en désignant celle-ci par l'écriture $8 - 7$ , en usant des expressions « 8, c'est 1 de plus que 7 », « 7, c'est 1 de moins que 8 », il y a une différence de 1 entre 8 et 7. La soustraction et le signe moins sont introduits à partir de cette perspective, en appui sur ce que les élèves savent déjà de l'addition (jeux des annonces). Des systèmes symboliques et matériels divers sont utilisés (double schéma-ligne/train, boîte, trains cartonnés, etc.)
<b>Enjeux</b>	Il s'agit d'introduire la notion de différence, le système symbolique associé (fondé sur le signe -) et le vocabulaire correspondant, sans aucunement mobiliser des situations prototypiques de la soustraction (retrait, enlever, etc.). Les élèves doivent se rendre capables de reconnaître une différence numérique lors d'une comparaison, mais aussi d'exprimer à partir d'un nombre la différence qu'il peut signifier. Une différence de 3 est un problème de comparaison de quantités par exemple entre 7 et 4 mais aussi la recherche du résultat d'une soustraction. A terme, les élèves doivent être familiarisés avec l'usage de « type algébrique » des structures additives (par exemple, de $7-3 = 4$ , déduire $4+3=7$ et $7-4 = 3$ ) et sont donc amenés à comprendre les relations entre l'addition et la soustraction.
<b>Descriptif du module</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introduire la différence comme un moyen d'exprimer une comparaison entre deux collections, deux nombres, d'énoncer une différence en utilisant le signe de la soustraction et d'user du vocabulaire adéquat.</li> <li>- Production de soustractions à partir d'une différence donnée.</li> <li>- Mettre en lien les écritures additives et soustractives</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Produire de systèmes sémiotiques : schéma-ligne</li> <li>- Produire des écritures de type « algébrique »</li> </ul>
<b>Anticipation</b>	Du point de vue de l'anticipation, la particularité de ce module réside dans le fait que <b>chacune des trois ou quatre séances</b> du module est précédée d'une courte séance d'anticipation, intégrée à la séance du module proprement dite.
<b>Journal du nombre</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Le journal du nombre : Ecrire librement une différence et différentes soustractions correspondant à cette différence</i> (par exemple, un élève se donne « 2 » comme différence et produit plusieurs soustractions correspondant à cette différence comme par exemple, <math>8-6</math> ; <math>12-10</math> ; <math>18-16</math>), <i>le jeu de la boîte</i></li> <li>- Produire des écritures orientées par le professeur à partir de productions significatives remarquées lors des séances précédentes.</li> </ul>
<b>Références aux programmes officiels</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Produire des différences</li> <li>- Calculer des différences</li> <li>- Calculer en ligne des sommes, des différences, des opérations à trous.</li> <li>- Connaître les nombres jusqu'à 60</li> </ul>

Un sommaire de ce module figure en toute fin du document.

## INTRODUCTION

Ce module aborde explicitement la différence, d'abord à partir d'une référence connue des élèves, les configurations de doigts, qui est introduite comme un moyen d'exprimer une comparaison entre deux annonces. Les élèves « comparent » les deux annonces en énonçant leur différence (par exemple 2) en désignant celle-ci par l'écriture  $6 - 4$ , en usant des expressions « 6, c'est 2 de plus que 4 », « 4, c'est 2 de moins que 6 », « la différence entre 6 et 4 est 2 ». Ensuite cette désignation et cette expression s'étendent à la comparaison de trains, puis à celle du schéma-ligne. Ainsi se produit l'emboîtement suivant : dire la différence et l'écrire, montrer la différence à partir des trains et des schémas lignes-trains pour la faire apparaître pour tous (en particulier pour les élèves moins avancés) et transcrire sur le schéma-ligne (symbolisation). Il existe ainsi une progressivité, au sein du module, dans l'appropriation de la différence/soustraction.

Ce module se centre sur la différence entre les petits nombres.

La référence aux doigts ne doit pas empêcher les progrès. Elle doit rester un moyen éventuel de contrôle des écritures soustractives que les élèves auront produites sans référence aux mains.

## 1. ENJEUX DU MODULE

### 1.1. Présentation du module

Il s'agit d'introduire la notion de différence, et celle de soustraction. Le module associe à ces notions le signe « - » et les systèmes symboliques déjà pratiqués (le schéma-ligne, la boîte). Il introduit le vocabulaire correspondant sans aucunement mobiliser des situations prototypiques de la soustraction (retrait, enlever, etc.), mais en se centrant sur la comparaison des quantités. En effet, puisque les élèves disposent de deux collections, il n'est pas nécessaire d'user des termes « retrait » et « enlever » qui apparaissent lorsque la recherche de la différence/soustraction se réalise sur la collection la plus grande (on part alors de la plus grande collection et on « enlève » pour montrer ce qui « reste »). Ici, les élèves sont en présence de deux collections et la différence est matérialisée par ce qui est « en trop » ou « en moins ».

Ce module se donne comme objectif de représenter/modéliser la différence entre deux nombres par une écriture mathématique. Par exemple, la différence entre 8 et 2 peut être représentée/modélisée par l'écriture soustractive  $8 - 2$ .

Les élèves doivent donc se rendre capables d'évaluer exactement une différence numérique lors d'une comparaison (par exemple la différence entre 7 et 4 est 3, entre 10 et 7 est 3, entre 20 et 17 est 3, etc.), mais aussi d'exprimer à partir d'un nombre la différence qu'il peut signifier, en tant qu' « écart » entre deux nombres. Par exemple 4 est la différence entre 5 et 1, puisque  $5 - 1 = 4$  (et  $1 + 4 = 5$ ), mais aussi la différence entre 25 et 21, puisque  $25 - 21 = 4$  (et  $21 + 4 = 25$ ), mais aussi la différence entre 12 et 8, etc. *Dans cette perspective, une excellente habitude peut être instituée dans la classe, qui consiste à montrer « l'écart », c'est-à-dire la différence, en déplaçant sur la bande numérique un train-nombre (cf. plus bas) de 4, par exemple, ce qui montre la conservation de la différence par translation.*

A terme, les élèves doivent être familiarisés avec l'usage de « type algébrique » des structures additives (par exemple, de  $7 - 3 = 4$ , déduire  $4 + 3 = 7$  et  $7 - 4 = 3$  ; de  $4 + 3 = 7$ , déduire  $7 - 4 = 3$  et  $7 - 3 = 4$ ), qui seront en particulier systématiquement reprises dans les modules suivants.

Ce module a donc pour objectif de comparer deux collections. Ces deux collections sont représentées au départ par deux annonces écrites par deux élèves, puis par des « trains » de différentes longueurs, puis par des lignes graduées de différentes longueurs.

## 1.2 Remarques sur le rôle du professeur

Le professeur portera une attention particulière au vocabulaire employé par lui-même et par les élèves notamment en insistant sur le fait que ni la différence (en tant que résultat d'une soustraction), ni la soustraction elle-même, ne doivent être assimilées à un retrait. Le professeur n'utilisera donc pas des termes « enlever », « retirer », etc. Il utilisera systématiquement des procédures de « formulations synonymes » en disant et en faisant dire aux élèves, par exemple : « la différence entre 7 et 4 est 3, ou la différence entre 7 et 4 c'est 3 », « 7 est plus grand que 4 de 3 », « 7 c'est 3 de plus que 4 », « 4 c'est 3 de moins que 7 », « 4 est plus petit que 7 de 3 ». Puis il utilisera systématiquement, et veillera à la faire approprier par les élèves, l'expression  $7 - (\text{moins}) 4 = 3$ , ainsi l'expression « la soustraction  $7 - 4$  », et des expressions dérivées.

Les trois premières séances (dont certaines peuvent être dédoublées) proposées dans ce module se compose d'une première phase dédiée spécifiquement à l'anticipation (d'une durée relativement courte, environ 15-20 minutes) pour laquelle le professeur forme un groupe de 4-6 élèves de niveau hétérogène. Le retour au grand groupe se fera lors de la seconde phase.

## 2. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA PREMIERE SEANCE

La séance se déroule sur 1 heure environ et se décompose selon les phases suivantes.

*Elle peut être dédoublée si le besoin s'en fait sentir.*

### **Phase 0 : séance d'anticipation 1**

L'une des caractéristiques marquantes de cette séance est l'usage de comparaison « matérielle » de trains (cf. ci-dessous § 2.2). Les premières expérimentations ont montré que ce nouveau matériel était pertinent, mais devait être approprié par les élèves. La séance d'anticipation de la phase 1 peut être alors consacrée à travailler cette appropriation avec les élèves moins avancés, les idées centrales de comparaison et de différence étant concrétisées par les trains-nombres.

Une idée de séance peut être alors la suivante.

La bataille des nombres/trains : elle oppose 2 équipes de 2 élèves par exemple.

Le professeur tient dans les mains 2 trains dont il montre seulement un bout (les élèves ne peuvent donc savoir de quel nombre il s'agit). Un élève tire un train/nombre et l'autre élève fait de même.

Le nombre le plus grand gagne et il faut le prouver par la comparaison et rechercher de combien le nombre est le plus grand, de combien l'autre est le plus petit, de combien donc est la *différence*... Ce jeu favorise les estimations après le premier tirage. Lors des parties, le professeur peut s'appuyer sur le fait que les nombres-trains sont quadrillés au recto et non quadrillés au verso pour demander aux élèves d'estimer la différence.

Une variante de la bataille des nombres/trains peut se jouer avec le gain attribué au nombre-train tiré le plus petit.

A la fin de ce module (cf. § 6) figure un compte-rendu du déroulement de cette séance 1 d'anticipation (classe de N. Vigot), dont on peut s'inspirer librement.

### **Phase 1 : présentation collective du jeu, Prolongement du jeu des annonces**

Le professeur peut s'exprimer en substance de la manière suivante :

*« Nous allons jouer à un nouveau jeu. Nous allons comparer deux annonces, en énonçant par exemple quelle est la plus grande annonce/la plus petite et de combien elle est plus grande/plus petite.*

*Puis nous allons chercher la différence qu'il existe entre ces deux annonces »*

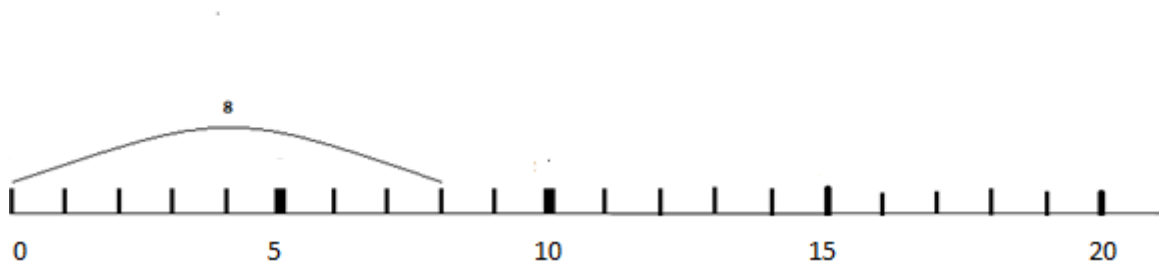
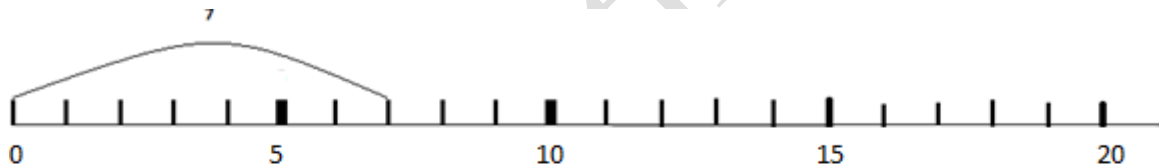
Les élèves écrivent chacun une annonce à 2 termes sur leur ardoise. Le professeur choisit deux ardoises, par exemple, l'annonce A :  $5+2$  et l'annonce B :  $4+4$ .

Puis le professeur demande aux deux élèves dont les annonces ont été retenues de venir au tableau et de comparer oralement ces deux annonces (ici, l'annonce B est plus grande de 1 ou l'annonce A est plus petite de 1). Il s'agit donc de rechercher la différence entre ces deux annonces.

La vérification de cet énoncé (l'annonce B est plus grande de 1 ou l'annonce A est plus petite de 1) peut être réalisée de plusieurs manières qui peuvent coexister, sachant que l'on peut considérer l'usage des doigts, comme dans le jeu initial des annonces, pour faire le récit d'une situation qui correspond à l'écriture de l'annonce. Voici différentes manières possibles, que le professeur peut mettre en relation :

- un calcul, car je sais que  $5+2 = 7$  et  $4+4 = 8$  et 7 c'est plus petit que 8 de 1 (ou 8 est plus grand que 7 de 1). Ici, un récit/référence sera : « que 5 doigts et 2 doigts c'est pareil que 7 doigts ; que 4 doigts et 4 doigts c'est pareil que 8 doigts ; que 8 doigts c'est plus grand que 7 doigts, il y a 1 doigt *de plus* ; que 7 doigts c'est plus petit que 8 doigts, il y a un doigt *de moins* ») ;

- le double schéma-ligne où la différence est portée par la représentation. Ici, on utilise deux lignes superposées, qui donnent à voir cette différence ;



L'usage d'un seul schéma-ligne avec ou sans graduation est aussi possible.

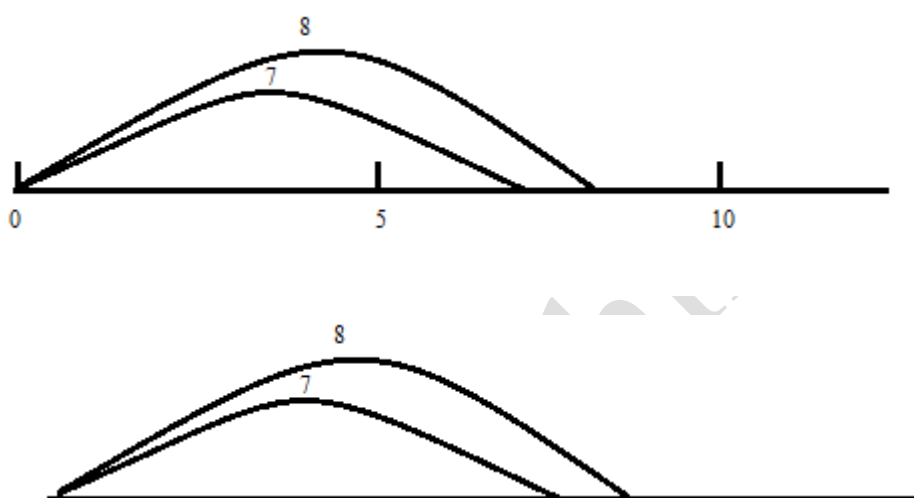
- une comparaison « terme à terme » si la situation le permet (par exemple avec deux annonces de  $5+4$  et  $5+2$ , il « suffit » de comparer 4 et 2 pour « voir/comprendre immédiatement » et de voir que la différence est de 2 ;

- par une procédure du type « faire voir un nombre dans un autre ». Ici, dans la comparaison de  $5+2$  et  $4+4$ , « faire voir » par exemple 4 dans  $5+2$  ou « chercher le/les 4 caché(s) » dans  $5+2$  ( $5+2 = 4+1+2 = 4+3$ ). Un récit-référence sera : on peut dire « 5 doigts c'est 4 doigts et 1 doigt, donc, 5 doigts et 2 doigts c'est 4 doigts et 1 doigt et 2 doigts, donc c'est 4 doigts et 3

doigts, etc. »), pour finalement comparer  $4+4$  et  $4+3$ , c'est-à-dire 4 et 3. La différence est donc de 1.

Les deux schémas-lignes ci-dessous avec des graduations de 5 en 5 (l'usage de ces graduations semble plus difficile à appréhender pour les élèves) ou sans graduation permettent de voir un nombre dans un autre, voir le petit nombre dans le grand (le nombre 7 est ici contenu dans le nombre 8, 8 est plus petit que 8, 8 est plus grand que 7).

Sur le premier schéma-ligne (graduations de 5 en 5), les élèves peuvent estimer la différence alors que le second schéma-ligne modélise plus spécifiquement la situation (je compare  $4+4 = 8$  et de  $5+2=7$ ).



Il est donc important que le professeur soit bien conscient de ces différentes manières de vérifier, pour pouvoir choisir dans les productions d'élèves des couples de production susceptibles de mobiliser ces différentes manières. De fait, le professeur peut garder à l'esprit trois types de stratégies différentes, que les élèves doivent appréhender :

- 1) Voir/comprendre immédiatement quelle est l'annonce la plus grande, avec des cas comme  $5 + 2$  comparé à  $5 + 3$  (un terme commun), ou  $5 + 3$  comparé à  $4 + 1$  (chacun des deux termes plus petit) ;
- 2) Prouver/donner à voir mathématiquement la différence, en faisant voir un nombre dans un autre. Par exemple  $5 + 3 = 5 + 2 + 1$ , donc  $5 + 3$  est plus grand de 1 que  $5 + 2$ , la différence entre  $5 + 3$  et  $5 + 2$  est 1 ;
- 3) Donner à voir la différence sur le double schéma-ligne.

### ***Phase 2 en binôme : travail de comparaison, les trains***

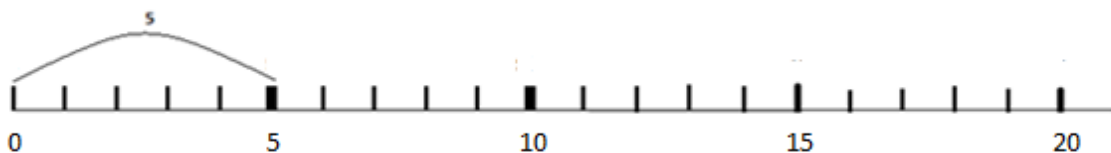
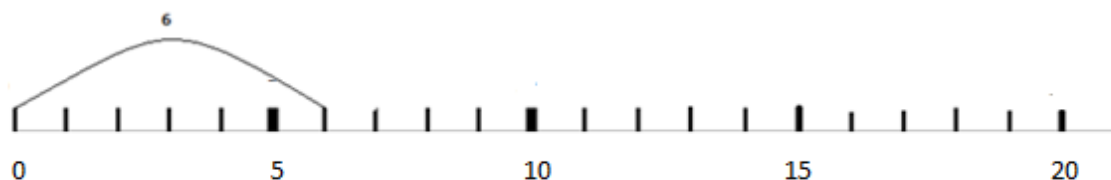
Le professeur a préparé des enveloppes contenant des trains en carton, *quadrillés* sur le recto, et *blancs* sur le verso. Les trains constituent des rectangles de 1 cm de large, et d'autant de cm de long que le nombre qu'ils représentent (par exemple le nombre 8 est représenté par un train-rectangle de 8 cm de long sur 1 cm de large, etc.). Ce sont donc des bandes qui représentent un nombre par une longueur et permettent de manipuler les schéma-lignes.

*Sur la partie recto (quadrillée en cm), comme sur la partie verso, il est très important de faire apparaître, comme graduations en gras ou colorées, les repères du 5 et du 10. Ces repères permettront de limiter le comptage et d'habituer les élèves à estimer les trains-nombres en fonction de ces repères.*

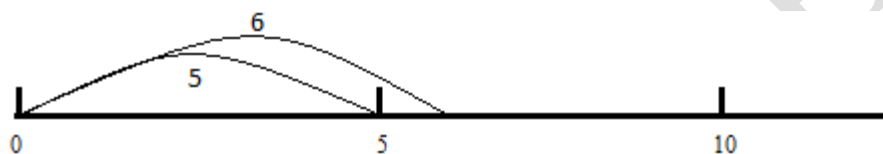
Le professeur distribue aux élèves deux sortes d'enveloppes contenant les trains-rectangles. Les jeux de train seront de couleur différente, afin de faciliter un premier repérage des trains pour la comparaison (on va ainsi dans un premier temps comparer un « train vert » et un « train rouge »). Mais les couleurs ne renvoient pas de façon univoque à une longueur. Les deux sortes d'enveloppes contiennent trois trains de 2, 4, et 6 (par exemple) et trois trains de 3, 5, et 1 (par exemple). Chacun des élèves d'un binôme est équipé d'une enveloppe différente de celle de son voisin (pour favoriser la comparaison). Le professeur donne aux élèves les enveloppes de trains. Le « risque », ici, est que les élèves fassent « spontanément » un rangement des trains qu'on leur a donnés. La consigne doit alors être précise. Le professeur peut dire : « *Vous ne sortez pas les trains des enveloppes. Chaque élève « pioche » un train au hasard dans son enveloppe, et compare avec le train du voisin* ». Le professeur propose alors aux élèves de se mettre d'accord, dans chaque binôme, sur la différence entre deux trains, et de la nommer.

Par exemple, un binôme d'élèves compare un train de 6 (pioché dans son enveloppe par l'élève A) et un train de 5 (pioché dans son enveloppe par l'élève B). Les élèves oralisent la différence entre ces deux trains : « *le train de A est plus grand de 1, le train de B est plus petit de 1, la différence entre les deux trains est de 1* »

Le professeur demandera à quelques groupes de proposer une des différences sur laquelle ils ont travaillées et la traitera collectivement au tableau. Le professeur montre alors que la comparaison des trains peut s'assimiler parfaitement à la comparaison des schémas-lignes de l'étape précédente.



Il montre concrètement la différence entre les deux trains, qu'on peut assimiler à la différence entre les deux schémas-lignes, qu'on pourrait représenter d'ailleurs avec un seul schéma-ligne (avec ou sans graduation), ce que le professeur donne à voir sans insister.



Dans cette phase, le professeur garde présent à l'esprit qu'il peut être intéressant, pour préparer la suite, que des couples différents de train donnent à voir la même différence (par exemple si l'on compare un train de 5 et un train de 3, on a la même différence que si l'on compare un train de 4 et un train de 2).

### **Phase 3 : Symbolisation de la différence, le signe « - »**

Cette troisième phase a pour objectif d'introduire le signe « - » en l'associant au mot « différence » et au mot « soustraction ».

Elle se joue tout d'abord collectivement autour de trains dessinés au tableau (par exemple 7 et 4 ; 5 et 3 ; 6 et 2). Pour garder présente la possibilité de référence aux doigts, le professeur exprime le fait qu'« on regarde la différence entre deux trains, mais on pourrait regarder la différence entre deux annonces ».

Le professeur dit ensuite : « Regardez bien, je vais faire (je vais produire) au tableau une écriture qui montre la différence entre 7 et 4. Il écrit au tableau  $7 - 4 = 3$ , et dit « *J'ai écrit au tableau 7 moins 4 égale 3. 7 moins 4, c'est une soustraction, et 3 c'est la différence entre 7 et 4* ». Il demande ensuite aux élèves d'écrire (de copier) sur leur ardoise  $7 - 4 = 3$ .



Puis il passe à la seconde paire de trains (5 et 3), et demande à la classe si certains ont une idée de la soustraction à écrire et de la différence. Après discussion, il écrit au tableau  $5 - 3 = 2$ , en disant comme pour l'écriture précédente « *J'ai écrit au tableau 5 moins 3 égale 2. 5 moins 3, c'est une soustraction, et 2 c'est la différence entre 5 et 3* ». Il demande ensuite aux élèves d'écrire (de copier) sur leur ardoise  $5 - 3 = 2$ .

Puis il passe à la dernière paire de trains (6 et 2). Il demande directement aux élèves d'écrire la soustraction et sa différence sur leur ardoise. Après avoir discuté les propositions des élèves quant à cet exemple, il procède de la même façon que pour les deux premières paires de train en écrivant au tableau et en faisant écrire les élèves sur leur ardoise.

Le professeur sensibilise les élèves au fait que ces écritures reposent sur le jeu du « Faire voir un nombre dans un autre » : le nombre le plus petit est contenu dans le plus grand avec la différence. On peut exprimer cela en écrivant  $6 = 2 + 4$ .

### 3. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA DEUXIEME SEANCE

#### 3.1. Séance d'anticipation 2

La caractéristique essentielle de cette séance est qu'elle travaille la notion de différence (en lien avec celle de soustraction). Pour faire anticiper cette notion, le professeur peut proposer au groupe d'anticipation *le jeu du pari*. Le professeur choisit deux trains-nombres (par exemple 6 et 4) et dit par exemple : « la différence c'est 3, qui fait un pari avec moi » ? Lorsque les élèves se sont décidés pour parier ou pas (ils parient s'ils pensent que le professeur s'est trompé). La preuve est donnée par la comparaison effective des trains-nombres.

A la fin de ce module (cf. § 7) figure un compte-rendu du déroulement de cette séance 2 d'anticipation (classe de N. Vigot), dont on peut librement s'inspirer.

#### 3.2. La seconde séance

##### ***Phase 1 : Le jeu des soustractions***

Après avoir rappelé le travail effectué lors de la séance précédente, avec ses différentes phases et les systèmes associés (doigts, trains, schéma-ligne double) la classe joue au jeu des soustractions.

Dans ce jeu, le professeur tire au sort, par exemple avec un dé (de 1 à 6) deux nombres, et les élèves doivent écrire la soustraction correspondante, et la différence. Par exemple, le professeur tire 4 puis 6, et les élèves doivent écrire  $6 - 4 = 2$  sur leur ardoise.

Par convention, le nombre le plus grand est celui qu'on écrit en premier. A ce stade, le professeur ne s'attarde pas sur cette convention. En cas d'erreur, il dit (par exemple sur l'exemple  $6 - 4 = 2$  écrit  $4 - 6 = 2$ ) : attention, on a fait voir 4 dans 6, et on n'a pas fait voir 6 dans 4. Donc, on écrit 6 en premier. Le jeu de « faire voir un nombre dans un autre » devient un moyen de « justifier » le fait que quand on écrit une soustraction, le nombre le plus grand est celui qu'on écrit en premier.

##### ***Phase 2 : Le jeu des différences (différences de 1 à 6)***

L'idée consiste à distribuer à chaque binôme un dé à six faces.

Les élèves effectuent un lancer de dé et écrivent des soustractions correspondant au nombre présent sur le dé.

Par exemple, le lancer du dé propose un écart de 2. Les deux élèves écrivent sur leur ardoise des soustractions égales à deux ( $3 - 1$ ,  $4 - 2$ , etc.). Comme les élèves disposent des trains en cartons de la séance précédente, ils peuvent, après avoir écrit la soustraction et la différence, comparer deux trains pour matérialiser la soustraction et la différence produite par le dé.

Le professeur commence par donner un ou deux exemples au tableau pour s'assurer que la classe a bien compris le jeu. Une fois que la classe a bien compris, les élèves travaillent en binôme.

Lors de la phase de mise en commun, le professeur sélectionne certains travaux d'élèves, et il les écrit au tableau. Il demande alors aux élèves concernés d'explicitier leur stratégie devant l'ensemble de la classe. La discussion dans la classe est l'occasion d'usage systématique du vocabulaire adéquat : par exemple, le professeur utilise des expressions, qui devront par la suite être appropriées par les élèves, du type « Ces deux soustractions donnent la même différence », « Qui pourrait proposer une soustraction qui donne la même différence ? », etc. Le professeur est également attentif à la verbalisation par les élèves des formulations synonymes. Par exemple, si un élève propose  $6 - 2 = 4$ , il doit faire apparaître oralement l'écart qui traduit la différence de 4 : « 6, c'est 4 de plus que 2 ; et 2, c'est 4 de moins que 6 ».

### 3.3. Journal du nombre (1)

Entre la séance 2 et la séance 3, une séance du journal du nombre prendra place, dans laquelle les élèves écrivent librement des différences et les soustractions associées (par exemple, un élève se donne « 2 » comme différence et produit plusieurs écritures correspondant à cette différence (par exemple,  $8 - 6$  ;  $6 - 4$ ,  $10 - 8$ ). Le "0" peut être aussi proposé).

Les incitations pourront être du type suivant :

« Je choisis un nombre comme différence, puis j'écris plusieurs soustractions qui correspondent à cette différence. Par exemple, je choisis 2, et j'écris  $6 - 4 = 2$  ;  $8 - 6 = 2$  ».

Les élèves peuvent « faire fonctionner » le jeu du faire voir un nombre dans un autre : je fais voir 4 dans 6,  $6 = 4 + 2$ , donc la différence entre 6 et 4 est 2, donc  $6 - 4 = 2$ .

Ultérieurement, par exemple avant la troisième séance, le professeur étudie la production des élèves et sélectionne des écritures de soustractions intéressantes. Il les présente à l'ensemble de la classe en les écrivant au tableau, et en demandant à leurs auteurs de les commenter tout en participant lui-même à ces commentaires.

## 4. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA TROISIEME SEANCE

La séance se déroule sur 1 heure environ et se décompose selon les phases suivantes.

*Elle peut être dédoublée si le besoin s'en fait sentir.*

Cette troisième séance du module reprend le déroulement des séances précédentes, seule la valeur numérique des écarts à rechercher augmente (de 0 à 10) ainsi que la valeur numérique des deux termes de la soustraction (de 0 à 10). Ces valeurs ne sont plus fixées par un dé à six faces (constellations de 1 à 6) mais par le tirage d'une carte (de 0 à 10).

Les élèves recherchent des différences à partir de cartes tirées au hasard par le professeur dans un jeu de cinquante-quatre dont il aura au préalable ôté les figures. Le 0 peut être alors représenté par les jokers présents dans le jeu de cartes ou le professeur peut fabriquer lui-même une carte « 0 ».

Cette nouvelle modalité de jeu propose aux élèves une recherche de différences en tant que résultats de soustraction à partir d'une écriture symbolique (sans passer par la comparaison de deux annonces produites avec les mains, ou par la comparaison de trains, quoique ces deux références concrètes puissent être sollicitées si besoin).

Le système de représentation qu'est la schéma-ligne doit apporter maintenant un moyen de vérification du résultat et permettre une entrée progressive des élèves dans l'usage de « type algébrique » des structures additives.

### 4.1. Séance d'anticipation 3

Dans cette séance d'anticipation 3, il s'agit de travailler encore la conception de la différence, et la relation addition-soustraction. Le professeur fait alors jouer les élèves au *jeu du nombre caché* avec les trains, en utilisant les côtés pile (quadrillé) et face (non quadrillé). Il s'agit d'utiliser des trains/nombres pour obtenir un nombre par « recouvrement », ce qui peut amener à construire la relation l'addition/soustraction. Le professeur montre et dit : « je dois faire 5 mais je n'ai pas de train de 5. Pour faire 5, je prends alors un train de 7 (posé côté quadrillé), puis je recouvre avec un train de 2 (côté blanc) ». On voit alors le 5 dans le 7, ce qu'on peut écrire  $5 + 2 = 7$ , et  $7 - 2 = 5$ .

Le professeur fait jouer les élèves au jeu du nombre caché. Pour cela, il suffit d'enlever un train dans une collection de trains de un à dix (par exemple 3), de dire qu'on va chercher à retrouver ce train dans un autre, et de le proposer ou de le faire choisir par les élèves (par exemple 8). Après la manipulation et l'identification du nombre caché (ici  $3 + 5 = 8$ , et  $8 - 5$

= 3), le professeur fait rapidement écrire, d'abord à sa suite, puis en laissant les élèves éventuellement le faire directement, les deux « équations ».

*La séance d'anticipation proposée ci-dessus est complexe et peut être difficile à faire vivre. En fonction des comportements des élèves, elle peut être remplacée par une séance d'anticipation qui reprend la séance d'anticipation n° 2.*

## **4.2. La troisième séance**

### ***Phase 1 : présentation des nouvelles règles du jeu***

Le professeur introduit les nouvelles règles du jeu en collectif. Il peut s'exprimer en substance de la manière suivante :

*« Nous allons écrire des soustractions et des différences mais cette fois ci, je vais tirer au hasard deux cartes que j'affiche au tableau (le professeur affiche les cartes au tableau et inscrit en dessous le nombre correspondant). Je vous distribue une fiche de jeu sur laquelle vous écrirez la soustraction qui montre la différence entre ces deux cartes (présentation par le professeur de la fiche de jeu agrandie au tableau).*

Le schéma-ligne peut être ici représenté de différentes façons (selon l'avancée des élèves) : schéma-ligne/train, schéma-ligne avec ou sans graduation.

Tirage A	Tirage B
9	4

7

0      5      10      15      20

8

0      5      10      15      20


.....

.....

.....

.....

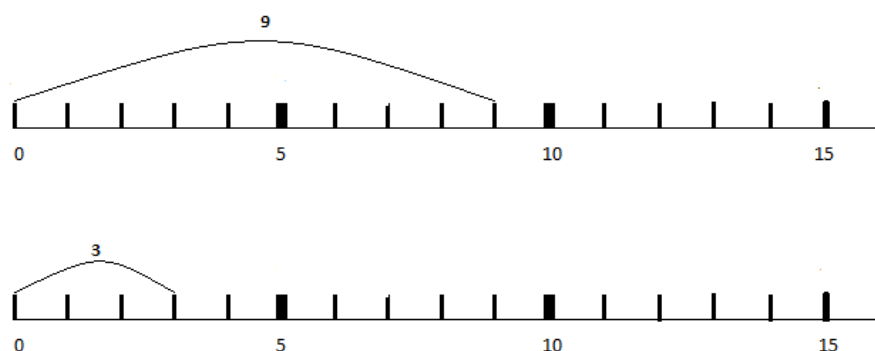


Le professeur demande alors à un élève d'écrire cette soustraction sur la fiche du tableau et d'écrire la différence qui constitue le résultat de cette soustraction.

Il lui propose alors de représenter cette différence sur un double schéma-ligne identique à ceux qui ont été tracés lors des séances précédentes.

Puis il introduit la boîte

Voici un exemple pour, par exemple,  $9 - 4$ .



9	
5	4

Le professeur note alors au tableau les écritures symboliques que l'on peut extraire de la boîte et du double schéma-ligne

$$9 - 4 = 5$$

$$4 + 5 = 9$$

$$5 + 4 = 9$$

Il oralise les différences écrites ci-dessus : dans la soustraction  $9 - 4 = 5$ , la différence entre 9 et 4 est de 5, 9, c'est 5 de plus que 4 et 4, c'est 5 de moins que 9.

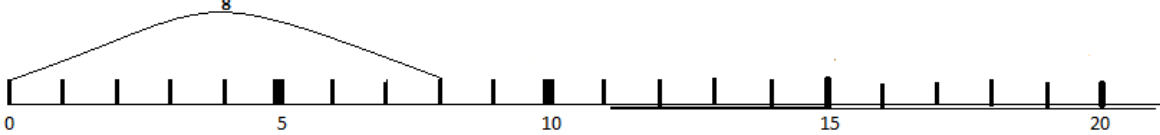
Le professeur doit, à ce moment, prendre du temps pour expliciter le passage de la soustraction à l'addition et vice-versa. Cette équivalence va pouvoir fournir la preuve que  $9 - 4 = 5$  puisque  $4 + 5 = 9$ .

### ***Phase 2 : travail individuel***

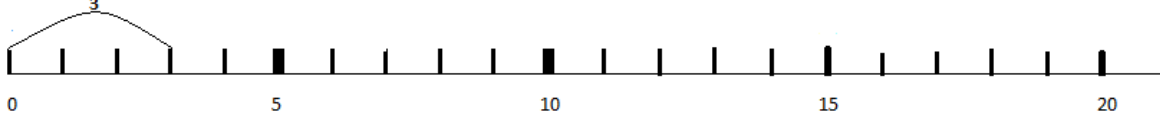
Le professeur distribue à chaque élève une fiche de jeu du type présenté ci-dessous.

Tirage A	Tirage B
8	3



0 5 10 15 20



0 5 10 15 20

8	
3	5

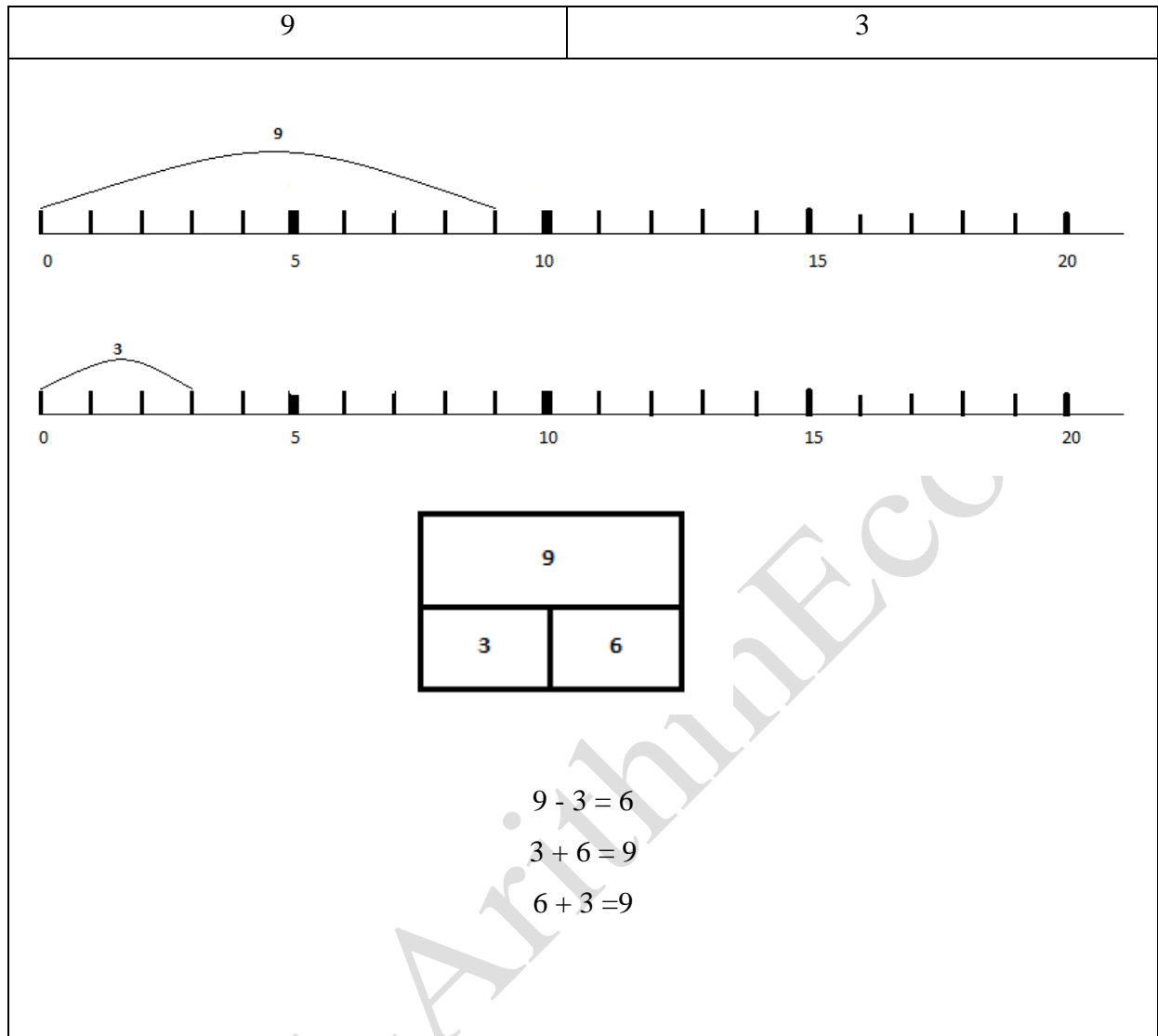
  

$$8 - 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 3 = 8$$





Le professeur et les élèves commentent le traitement des deux premiers tirages de la fiche ci-dessus (8 et 3 et 9 et 3).

Puis, à la suite des tirages écrits, l'élève « invente » librement des tirages, et produit les systèmes de représentation associés (double schéma-ligne et boîte) et les écritures des additions et soustractions correspondantes.

Cette fiche préfigure la future séance du journal du nombre.

### ***Phase 3 : mise en commun***

Le professeur sélectionne certaines productions d'élèves et il les écrit au tableau. Il demande alors aux élèves concernés d'expliquer leur stratégie. Un débat peut s'engager dans la classe autour des propositions des élèves pour valider ou non l'écriture des différences.

Cette mise en commun est alors une bonne occasion pour travailler le « jeu de la boîte » : on se donne une boîte (ici, par exemple 9, en tant que nombre-tout, 4, et 5) et on cherche à écrire toutes les écritures possibles que cette boîte peut produire.

9	
5	4

$$5+4 = 9$$

$$9-4 = 5$$

$$9-5 = 4$$

$$5+4 = 9$$

Pour cela, le jeu du « faire voir un nombre dans un autre » est essentiel. Si je fais voir 4 dans un nombre, en faisant par exemple  $6 = 4 + 2$ , je vais pouvoir « fabriquer » deux soustractions à partir de la même addition. Le « jeu de la boîte », mentionné ci-dessus, sert d'appui à cette mise en lien de l'addition et de la soustraction.

#### **Phase 4 : Jeu des différences (différences de 0 à 10)**

Dans une seconde partie de cette séance, le professeur propose aux élèves d'écrire des soustractions sur leur ardoise qui exprimeront des différences égales au tirage d'une carte (valeur numérique de 0 à 10). Ce jeu est identique dans son principe au jeu des différences de la séance 2, les deux termes de la soustraction étant des nombres compris entre 0 et 10.

### **4.3. Journal du nombre (2)**

Après la séance 3 vient une séance de Journal du nombre.

L'incitation correspond au « Jeu de l'addition-soustraction » : l'élève se donne une addition en faisant voir un nombre dans un autre. Par exemple, voulant faire voir 3 dans 8, il écrit  $8 = 5 + 3$ , addition de laquelle il tire  $8 - 5 = 3$ , et  $8 - 3 = 5$ .

Il représente ensuite ces écritures par un double schéma-ligne et une boîte (cf. fiche pour le travail individuel ci-dessus).

Une seconde incitation peut être proposée, le jeu de la boîte. L'élève se donne une boîte et écrit les quatre opérations que cette boîte peut produire.

## 5. PARTIES FICTIVES ET/OU QUATRIEME SEANCE

Le module peut se conclure soit par des parties fictives, soit par une quatrième séance qui reprend certains éléments que le professeur aura jugés importants de retravailler.

ACE-ArithmEcole

## 6. UN COMPTE-RENDU DU DEROULEMENT DE LA PREMIERE SEANCE D'ANTICIPATION

Séance d'anticipation 1 : le jeu des baguettes = le jeu des trains/nombres	
<p>Modalités de travail :</p> <p>Le professeur et quatre élèves au fond de la classe.</p> <p>Le reste de la classe dans le Journal du Nombre à écrire des décompositions</p>	
<p>Matériel :</p> <p>Les trains de 2 à 9 avec un côté quadrillé et un côté vierge (<i>ajouter les repères du 5 et du 10 sur les deux côtés</i>).</p>	Présentation très rapide des trains/nombres
<p>Règles du jeu :</p> <p>Deux équipes de 2 élèves.</p> <p>Le professeur tient les trains/nombres à l'intérieur d'une ou des deux mains et ne laisse voir que les extrémités (une longueur/extrémité identique pour les deux trains/nombres)</p> <p><i>1<sup>ère</sup> variante</i> : on gagne avec le nombre le plus grand. L'équipe doit dire de combien le nombre le plus grand est plus grand, et inversement de combien le plus petit est plus petit.</p> <p><i>2<sup>e</sup> variante</i> : on gagne avec le nombre le plus petit (idem)</p>	<p>Nous n'avons réalisé que la première variante.</p> <p>La règle du jeu est facile à comprendre mais calculer de combien on a gagné engage les élèves dans le calcul d'une somme et d'une différence.</p>
<p>Déroulement de la séance d'anticipation</p> <p>Premier tirage : les nombres 5 et 3</p> <p>Durée environ 6 minutes</p>	<p>Réinvestissement du vocabulaire de comparaison : 5 est plus grand que 3, 3 est plus petit que 5. Le 5 a gagné.</p> <p>A la question du professeur : oui mais de combien ?</p> <p>Les élèves proposent : 3 (Je pense qu'ils proposent le plus petit des deux nombres).</p> <p>Le professeur demande à Tessa, <i>élève avancée</i>, si elle est d'accord.</p> <p>Elle répondra : « pas trop parce que ... après 3, c'est 4 et après 4, c'est 5 mais .... » La proposition d'un nombre pour le calcul du gain n'est pas réellement une proposition. Elle doute mais n'est pas d'accord avec 3.</p> <p>C'est à ce moment que la nécessité de comparer avec les trains se pose comment moyen de validation pour le groupe d'anticipation.</p> <p>Le professeur propose alors d'accoler les deux trains.</p> <p>Les élèves alignent un train à la suite de l'autre.</p> <p>Réponse du professeur : accoler autrement.</p>

	<p>Tessa dira : « oui parce que là, c'est le nombre-tout ».</p> <p>Tessa propose de positionner le grand nombre (le grand train) et le petit nombre (le petit train) l'un sous l'autre.</p> <p>Gabriel change pour positionner le plus petit nombre/train en premier mais nous décidons que c'est la même chose.</p> <p>A la réitération de la question, « De combien le nombre 5 est plus grand ? » La réponse est toujours 3.</p> <p>Nous regardons alors ce qui est pareil dans les deux nombres et ce qui est différent. La réponse à la question est maintenant 2.</p> <p>Nous profitons pour insister sur le fait que la différence de 2 (le nombre/écart) est la même : le plus grand est plus grand de 2 par rapport au plus petit et le plus petit des deux nombres est plus petit de 2 par rapport au plus grand nombre. Nous vérifions avec le train de 2 en positionnant la différence sur le train/nombre le plus petit pour obtenir 2 trains identiques (relation avec les écritures de type algébrique)</p>
<p>2<sup>e</sup> tirage : les nombres 9 et 2 Durée environ 5 minutes</p>	<p>Les élèves <i>estiment</i> la différence parce qu'ils sont certains comme l'écart est important que le calcul de la différence est important. Un élève va proposer, il me semble 10 et un autre le nombre 13.</p> <p>Tessa <i>élève avancée</i> dira : « le nombre est grand mais pas tant que ça. »</p> <p>Certains élèves veulent accoler les trains pour compter.</p> <p>Tessa encore nous fournira le moyen de ne pas compter avec la décomposition : <math>3 + 3 + 1</math>.</p> <p>Le professeur « segmente » avec les doigts et reformule <math>3 + 3 + 1</math> pour s'assurer du nombre 7.</p>
<p>Dernier tirage : deux nombres identiques 9 et 9 Durée environ 4 minutes</p>	<p>Les élèves formulent que les deux ont gagné mais la différence n'est pas vraiment perçue. Ils disent les deux sont les plus grands, les deux ont gagné.</p> <p>A la question, quel est le plus petit ?</p> <p>Léon, qui n'appartient pas au groupe d'anticipation, mais laisse traîner ses oreilles dira : « si les deux sont les plus grands, les deux sont aussi les plus petits ».</p>
<p>Durée de la séance : 18 minutes</p>	<p>Nous enchaînons avec la séance 1 du module 7 <i>Différence/soustraction</i></p>

## 7. UN COMPTE-RENDU DU DEROULEMENT DE LA DEUXIEME SEANCE D'ANTICIPATION

Séance d'anticipation « Le jeu du pari »	
Modalités : le groupe d'anticipation	Le reste de la classe sur le Journal du Nombre
Matériel : les trains ou le jeu avec les réglettes en bois sans couleur mais avec le nombre inscrit en chiffre. Le matériel est placé au centre de la table et sert à la validation.	Estimer un résultat. Utiliser une réponse erronée pour construire une réponse juste. Construire un rapport à l'objet soustraction/différence.
Règle du jeu : le professeur prononce une soustraction dont le calcul de la différence peut être juste ou erroné.	Nous n'avons pas mis de gain. L'enjeu consistait à parier contre le professeur.
Première soustraction $6 - 4 = 3$	Les élèves ne sont pas d'accord mais ils n'ont pas de proposition. Cette première soustraction permet de poser le cadre du jeu. Nous piochons les deux nombres 6 et 4 dans le jeu. Nous comparons les 2 nombres en les plaçant l'un sous l'autre et recherchons la différence. Les élèves maintenant font des propositions. Gabriel propose le nombre 10. L'élève auteur de cette proposition (10) pioche le nombre 10 et le positionne à l'endroit identifié de la différence. C'est beaucoup trop. L'élève avancée propose alors 2. Elle valide par le nombre 2 positionné sur le plus petit des deux nombres. Les deux nombres sont maintenant égaux. Le professeur a perdu.
Seconde soustraction $5 - 4 = 2$	Gabriel propose un pari avec 8. Morgan dit plutôt 8 comme son copain et Tessa ne sait pas trop mais elle fera la proposition du nombre 4. Il y avait un élève absent dans le groupe d'anticipation ce jour-là (malade). Nous piochons les nombres 4 et 5 et la différence se montre. Elle est plutôt petite. Cela entraîne une modification des nombres proposés. Gabriel s'exprime : « ha c'est vrai, cela réduit le nombre. » Il fait un geste avec les deux mains pour montrer la réduction. Les élèves semblent tous d'accord pour la

	<p>différence de 1. Pari encore perdu pour le professeur. Gabriel : « on est trop forts. »</p>
<p>Troisième et dernière soustraction <math>10 - 7 = 5</math></p>	<p>Les trois propositions sont les suivantes 8, 8 et 4. Nous piochons les nombres 10 et 7 pour les comparer. Les élèves observent la comparaison des deux nombres et montrent la différence. Le professeur décide de faire à nouveau un pari. Il est possible de changer de nombre ou de garder la première proposition (le premier nombre proposé par l'élève). Voici les nouvelles propositions 2, 4 et 3. Les nombres sont maintenant très proches. Question du professeur : « Qui est sûr de son pari ? » Morgan affirme que la proposition 2 est gagnante. Il veut parier et pose le nombre 2 à l'endroit de la différence. Pari perdu pour Morgan. Il veut reprendre son pari pour ajouter 1. Cela provoque une modification de la proposition de Tessa qui rejette le nombre 4 pour s'emparer du nombre 3. Gabriel valide avec le nombre 3.</p>
<p>Durée : 18 minutes.</p>	

Introduction .....	2
1. ENJEUX DU MODULE.....	2
1.1. Présentation du module .....	2
1.2 Remarques sur le rôle du professeur .....	3
2. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA PREMIERE SEANCE .....	4
<i>Phase 0 : séance d'anticipation 1</i> .....	4
<i>Phase 1 : présentation collective du jeu, Prolongement du jeu des annonces</i> .....	4
<i>Phase 2 en binôme : travail de comparaison, les trains</i> .....	7
<i>Phase 3 : Symbolisation de la différence, le signe « - »</i> .....	8
3. Une mise en place effective de la deuxième séance .....	10
3.1. Séance d'anticipation 2 .....	10
3.2. La seconde séance.....	10
<i>Phase 1 : Le jeu des soustractions</i> .....	10
<i>Phase 2 : Le jeu des différences (différences de 1 à 6)</i> .....	10
3.3. Journal du nombre (1).....	11
4. Une mise en place effective de la troisième séance .....	12
4.1. Séance d'anticipation 3 .....	12
4.2. La troisième séance .....	13
<i>Phase 1 : présentation des nouvelles règles du jeu</i> .....	13
<i>Phase 2 : travail individuel</i> .....	15
<i>Phase 3 : mise en commun</i> .....	17
<i>Phase 4 : Jeu des différences (différences de 0 à 10)</i> .....	18
4.3. Journal du nombre (2).....	18
5. Parties fictives et/ou quatrième séance .....	19
6. Un compte-rendu du déroulement de la première séance d'anticipation .....	20
7. Un compte-rendu du déroulement de la deuxième séance d'anticipation .....	22



ACE-ArithmEcole

